

Des modèles pour l'action et l'écoulement des fluides

Rappels de première

1- Notion de fluide

On désigne par « fluide » tout état de la matière n'ayant pas de forme propre. Un fluide s'écoule. Les états liquide et gazeux sont des états fluides. L'état solide n'en est pas un.

2- Notion de champ

En physique, un **champ** est la représentation d'un **ensemble de valeurs prises par une grandeur physique en différents points d'une région de l'espace**.

Comme pour les grandeurs, les champs peuvent être de deux types :

Type de la grandeur	Carte de champ / carte de lignes de champ	Lecture de la carte
la grandeur étudiée est scalaire , on parle de champ scalaire <i>Exemples : température, pression.</i>	Pour représenter un champ scalaire , les physiciens font figurer sur un plan (de la zone étudiée) les valeurs de la grandeur mesurée en différents points. Les courbes de niveau d'un champ scalaire , appelées aussi équipotentielles, sont les courbes obtenues en reliant tous les points où la grandeur étudiée a la même valeur.	Sur une carte de champ scalaire , plus les courbes de niveau sont proches, plus la variation de la valeur de la grandeur mesurée est importante.
la grandeur étudiée est vectorielle , on parle de champ vectoriel . <i>Exemples : vitesse, force.</i>	Pour représenter un champ vectoriel , les physiciens font figurer sur un plan les vecteurs correspondant à la grandeur mesurée en différents points : on appelle cela une carte de champ. On appelle lignes de champ les courbes tracées tangentes aux vecteurs associés à la grandeur mesurée . Ces courbes sont orientées pour rendre compte du sens des vecteurs représentant la grandeur mesurée. L'ensemble forme la carte de lignes de champ .	Sur une carte de lignes de champ (vectoriel) : • lorsque les lignes de champ se resserrent, la norme du champ augmente. • lorsque les lignes de champ s'écartent, la norme du champ diminue. • lorsque les lignes de champ sont parallèles, la norme du champ est constante, le champ est uniforme.

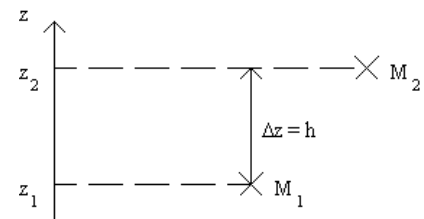
3- Loi de la statique des fluides

Cette loi s'applique uniquement pour un fluide incompressible (= dont la masse volumique est indépendante de la pression) au repos.

La variation de pression $\Delta P = P_2 - P_1$, entre deux points M_1 (d'altitude z_1) et M_2 (d'altitude z_2) dans un liquide incompressible, est donnée par la relation : $\Delta P = -\rho \times g \times \Delta z$

avec $\Delta P = P_2 - P_1$ la différence de pression en Pa
 ρ la masse volumique du fluide en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
 g norme du champ de pesanteur terrestre en $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$
 $\Delta z = z_2 - z_1$ la différence d'altitude en m

L'axe z est orienté vers le haut



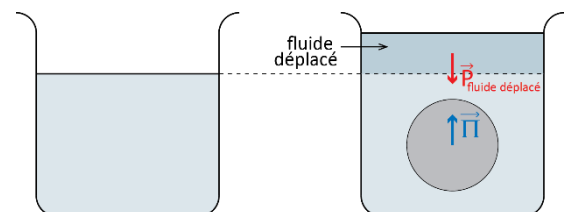
A- La poussée d'Archimède

1- Expression

Tout fluide exerce sur un objet immergé une force **verticale, vers haut, égale au poids du fluide déplacé** par la présence de l'objet.

La valeur de cette poussée s'exprime donc par la relation :

$$\Pi = P_{\text{fluide}} = m_{\text{fluide}} \times g = \rho_{\text{fluide}} \times V \times g$$



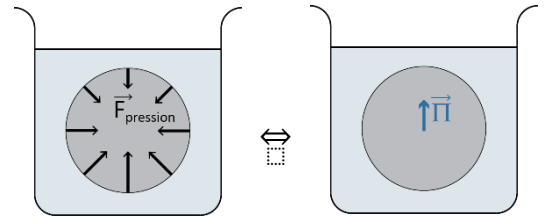
L'expression vectorielle de la poussée d'Archimède est : $\vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} V \vec{g}$

- ρ_{fluide} : masse volumique du fluide en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- V : volume immergé de l'objet sur lequel s'exerce la poussée en m^3 ;
- $\vec{g}$: champ de pesanteur terrestre ($9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ sur Terre au niveau de la mer).



2- Origine de la poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède est la « résultante » : c'est la force équivalente à la somme de toutes les forces de pressions exercées par le fluide sur l'objet immergé. Or la pression, dans un fluide, est toujours plus faible à haute altitude qu'à basse altitude. La résultante est donc dirigée vers le haut.



B- Cadre du modèle de l'écoulement d'un fluide

Pour décrire l'écoulement d'un fluide, trois champs sont utiles :

- le **champs de vitesse** $v(M, t)$ de l'écoulement
- le **champs de pression** $P(M, t)$ dans l'écoulement
- le **champ de masse volumique** $\rho(M, t)$ du fluide

Dans toute la suite du chapitre on ne s'intéressera qu'à :

- des **écoulements permanents**, c'est-à-dire que les trois champs (vitesse, pression et masse volumique) sont **indépendants du temps**
- des **fluides incompressibles**, c'est-à-dire des fluides dont la masse volumique est **uniforme** (la même en tout point) et **indépendante du temps**.
- Des **fluides parfaits**, c'est-à-dire des fluides dont on peut **négliger la viscosité**.

C- Débit volumique

Dans tout ce paragraphe on considère un fluide incompressible (donc un liquide) en écoulement dans un conduit.

1- Définition

Le débit volumique est le volume de fluide qui traverse une section S du conduit par unité de temps.

$$Q = \frac{V}{\Delta t}$$

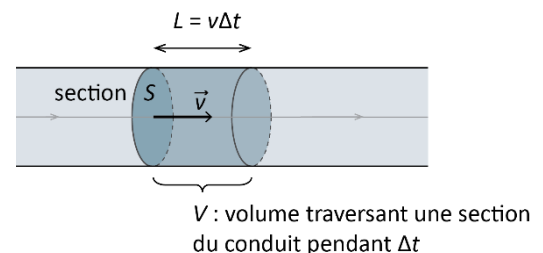
V : volume de fluide en m^3 ; Δt : durée en s ; Q : débit volumique en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

2- Relation entre débit volumique et vitesse d'écoulement

La surface de contrôle est une surface géométrique imaginaire à travers laquelle on étudie l'écoulement du fluide. On considèrera cette année qu'elle est égale à la section droite de l'écoulement, c'est-à-dire la section perpendiculaire au vecteur vitesse de l'écoulement (voir schéma ci-contre).

Le débit volumique s'exprime donc en fonction de la vitesse du fluide et de la section du conduit par :

$$Q = v \times S$$



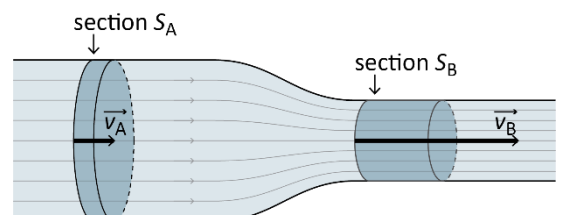
3- Conservation du débit volumique

Si le conduit change de section, le fluide étudié étant incompressible, **son débit volumique est constant**. On a donc, à deux positions A et B du conduit :

$$\begin{aligned} Q_A &= Q_B \\ v_A S_A &= v_B S_B \\ \frac{v_B}{v_A} &= \frac{S_A}{S_B} \end{aligned}$$

Donc :

- si le conduit s'élargit, $S_B > S_A$ donc $v_B < v_A$: le fluide va moins vite.
- si le conduit se rétrécit (figure ci-dessous), $S_B < S_A$ donc $v_B > v_A$: le fluide va plus vite.





D- La relation de Bernoulli

1- Énoncé de la loi de Bernoulli

Si un fluide s'écoule dans un conduit où la pression p et/ou l'altitude z varie(nt), alors on a :

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p = \text{constante}$$

Cette relation est juste une application du théorème de l'énergie cinétique à une portion de fluide : les forces de pression sont non conservatives et l'énergie mécanique ne se conserve donc pas.

On a ici :

$$\frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + p_B = \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A + p_A$$

2- Cas du fluide au repos : la statique des fluides

Si le fluide est au repos (il ne s'écoule pas), alors :

$$v_A = v_B = 0$$

Donc la relation de Bernoulli devient :

$$\begin{aligned}\rho g z_B + p_B &= \rho g z_A + p_A \\ p_B - p_A &= -\rho g(z_B - z_A)\end{aligned}$$

On retrouve la loi de statique des fluides apprise en 1^{ère} : la pression est plus élevée en B qu'en A .

3- Application de la relation de Bernoulli : l'effet Venturi

Lorsqu'un fluide incompressible s'écoule dans un conduit horizontal dont la section diminue : sa vitesse augmente et sa pression diminue.

La conservation du débit volumique entraîne une augmentation de la vitesse du fluide si la section diminue (cf ci-dessus) : $v_B > v_A$.

Or à une altitude constante, la relation de Bernoulli donne $\frac{1}{2}\rho v_A^2 + p_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + p_B$

$$\text{On en déduit : } p_B - p_A = \frac{1}{2}\rho \left(\underbrace{v_A^2 - v_B^2}_{<0} \right)$$

